四川理工学院课程实施大纲

|  |
| --- |
| **课程名称：积分变换** |
| **授课班级：2014级测控1,2,3班** |
| **任课教师：雷远明** |
| **工作部门：理学院工程数学中心** |
| **联系方式：13890093560** |

**四川理工学院 制**

**2016年3月**

**《积分变换》课程实施大纲**

**基本信息**

|  |
| --- |
| 课程代码：10000694  课程名称： 积分变换  学 分：2  总 学 时：30学时  学 期：2015-2016学年第1学期  授课班级：2014级测控1,2,3班  任课教师：雷远明  学 院：理学院  邮 箱：www.leiyuanming@126.com  联系电话：13890093560 |

**目 录**

1. 教学理念 ……………………………………………………………………5

2. 课程介绍 ……………………………………………………………………5

3. 教师简介 ……………………………………………………………………5

4. 先修课程 ……………………………………………………………………5

5. 课程目标 ……………………………………………………………………5

6. 课程内容 ……………………………………………………………………5

6.1 课程内容概要………………………………………………………………5

6.2教学重点、难点 ……………………………………………………………6

6.3学时安排 ……………………………………………………………………6

7. 教学实施 ……………………………………………………………………7

7.1教学单元一 …………………………………………………………………7

7.2教学单元二 ………………………………………………………………13

7.3教学单元三 ………………………………………………………………18

7.4教学单元四 ………………………………………………………………28

7.5教学单元五 ………………………………………………………………33

7.6教学单元六 ………………………………………………………………41

7.7教学单元七 ………………………………………………………………45

7.8教学单元八 ………………………………………………………………52

7.9教学单元九 ………………………………………………………………55

7.10教学单元十 ………………………………………………………………59

8. 课程学习要求 ……………………………………………………………64

9. 课程考核方式及评分规则… ……………………………………………64

10. 学术诚信规定……………………………………………………………65

11. 课堂规范…………………………………………………………………65

12. 教学合约及学生签名确认………………………………………………66

**1．教学理念**

展示知识的产生、发展过程;强调基本概念、基本理论、基本方法的掌握;注重数学计算能力、学习能力的提高.

**2．课程介绍**

《积分变换》是工科类学校部分专业的基础专业课程. 课程内容丰富,基础性复杂. 积分变换的基本理论和方法是学生后续专业课程学习的基础和工具. 学习好积分变换的理论和方法, 对于进一步的学习和研究有十分重要的意义和作用.

**3．教师简介**

3.1教师的职称、学历: 讲师, 研究生学历.

3.2教育背景: 本科在四川大学数学系学习数学基础理论和知识,硕士研究生阶段在复旦大学数学研究所学习和研究偏微分方程的基本理论和相关问题.

3.3研究兴趣（方向）:偏微分方程中有很强实际应用背景的双曲型方程解的存在性、奇异性等问题的研究.

**4．先修课程:** 高等数学, 复变函数

**5．课程目标**

通过本门课程的学习, 掌握积分变换的基本概念、基本理论、基本方法, 进一步提高数学的学习能力、计算能力和应用能力.

**6．课程内容**

**6.1课程的内容概要:** 函数的Fourier积分公式; Fourier变换和逆变换的定义; 函数的概念和性质, 三角函数的Fourier变换和逆变换; Fourier变换和逆变换的性质; 函数的卷积和卷积定理; 应用Fourier变换方法求解微积分方程; Laplace变换的概念及常见函数的Laplace变换; Laplace变换的性质;应用留数方法求函数的Laplace逆变换; Laplace变换函数的卷积及卷积公式; 应用Laplace变换方法求解微积分方程.

**6.2教学重点、难点:** 函数Fourier变换和逆变换的求法; 函数Laplace变换和逆变换的求法; Fourier变换和Laplace变换的应用等内容是课程的重点,也是是课程的难点.

**6.3学时安排:** 30学时

**7.课程实施**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第一讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Fourier积分公式 | 2/1 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解函数Fourier积分公式的推导过程;  二、掌握Fourier积分公式的指数形式;  三、了解Fourier积分公式的其他形式;  四、计算函数的Fourier积分表达式. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、Fourier积分定理;  二、指数形式的Fourier积分公式;  三、三角形式的Fourier积分公式;  四、正弦Fourier积分公式、余弦Fourier积分公式.  **重点:**  计算函数的Fourier积分表达式.  **难点:**  计算函数的Fourier积分表达式. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§1.1 Fourier 积分**  **1. Dirichlet 条件**  如果定义在实数上的实值函数在闭区间上  ⑴ 连续, 或者只有有限个第一类间断点;  ⑵ 只有有限个极值点,  则称在上满足Dirichlet 条件.  **2. 无穷限广义含参变量的积分**  定义在上的实值函数,如果绝对可积:  ,  则含有参数的无穷限广义积分    存在. 由此确定了一个以为自变量的函数, 记作    **3. Fourier积分定理**  若实值函数在上满足下列条件：  1、在的任一有限闭区间满足Dirichlet条件；  2 、绝对可积:  则函数存在, 而且在的连续点, 有    在的第一类间断点,有    一般称    为函数的Fourier积分公式,也称为Fourier积分公式的指数形式.  **4. Fourier积分公式的三角形式**  如果利用Euler公式把积分中的指数函数化成三角函数,可以得到Fourier积分  公式的三角形式.          注意到积分是的奇函数, 则有    积分是的偶函数, 则有    所以有    **5. 正弦、余弦积分**  在 Fourier积分公式的三角形式中,      若是奇函数,则上述两个积分中的被积函数, 是奇函数,  是偶函数, 则    所以有奇函数的正弦Fourier积分公式    若是偶函数,则上述两个积分中的被积函数, 是偶函数,  是奇函数, 则    所以有偶函数的余弦积分Fourier积分公式    **例1** 求函数的Fourier积分  **解：** 容易知道是函数的间断点.  在时,根据 Fourier积分公式，有      注意到  根据Euler公式, 有,所以有    代入Fourier积分表达式, 并由Euler公式, 有        注意到 是的奇函数, 于是有    所以有    在时, 由于, 根据Fourier积分公式，有    在时, 由于根据Fourier积分公式，也有    所以在时, 都有    **例2** 求函数的Fourier积分  **解：** 分段函数可能的间断点是函数的分段点.  由于 则在函数连续, 则函数没有间断点.  根据 Fourier积分公式，有      根据Euler公式，有          注意到时, , 所以          则有    根据Euler公式，有        注意到 积分变量的奇函数, 因此有    所以，有 | | |
| **作业安排及课后反思:**  (1)归纳，总结重要概念，公式和方法. (2)习题一: 2(1),3(1,2). | | |
| **本课程使用教材：**P3-10 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第二讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Fourier变换 | 2/2 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、掌握函数的Fourier变换和逆变换的概念;  二、掌握函数的概念及性质;  三、掌握函数的Fourier变换;  四、三角函数的Fourier变换. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、函数的Fourier变换和逆变换;  二、函数;  三、函数的性质及其Fourier变换;  四、三角函数的Fourier变换  五、非周期函数的频谱.  **重点:**  函数的概念、性质及Fourier变换、三角函数的Fourier变换.  **难点:**  函数的概念及性质、三角函数的Fourier变换及Fourier逆变换. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§1.2 Fourier变换**  **1. Fourier变换和逆变换**  设是定义在上的实值函数,则称上的复值函数    是的Fourier变换;    是的Fourier逆变换;  并称为Fourier 变换的象函数或Fourier 变换，记为    为Fourier 变换的象原函数或Fourier 逆变换，记为    由函数的Fourier 变换和逆变换的定义可知,Fourier 变换的象原函数和  象函数是一一对应的.  **例3** 求指数衰减函数的Fourier变换.  **解：** 根据函数 Fourier变换的定义公式, 有            **2.** **函数及其Fourier变换**  2.1 引入函数的数学背景  对单位阶跃函数 在时, ,而在时，由于    所以在普通导数意义下，在的导数不存在.  为了表示像的导数这样的函数, 我们引入单位脉冲函数, 也称为Dirac函数,  记为函数.  2.2 函数的数学定义  若, 记 对任意无穷次可微函数，如果    则称的弱极限为函数，记为.  有时候也直观的理解为    从这个定义出发，我们可以推导出函数的重要性质.  2.3 函数的重要性质  （1）函数的单位性质:  在定义公式中, 取, 有    由此得到    （2）函数是偶函数:  **例4**  （3）函数的筛选性质:  根据函数的定义公式，有    由于函数连续, 根据积分中值定理, 有    所以    由此有    一般的，有    **例5**  （4）对单位阶跃函数，有    2.4 函数的Fourier变换  根据函数的筛选性质有:  .  2.5 重要公式  根据函数Fourier逆变换公式有:    由此有重要公式 （※）    **例6**  2.6 函数在积分变换中的作用  (1) 有了函数, 对于点源和脉冲量的研究就能够象处理连续分布的量那样, 以  统一的方式来对待.  (2) 尽管函数本身没有普通意义下的函数值, 但它与任何一个无穷次可做的函  数的乘积在上的积分都有确定的值.  (3) 函数的Fourier变换是广义Fourier变换，许多重要的函数，如常值函数、  符号函数、单位阶跃函数、正弦函数、余弦函数等是不满足Fourier积分定理中的绝  对可积条件的( 即不存在), 这些函数的广义Fourier变换都可以利  用函数而得到**.**  2.7 求三角函数Fourier变换的基本方法  **例7** 求正弦函数的Fourier变换.  **解** 根据函数Fourier变换定义和Euler公式，有          根据重要（※），有    即  3. 非周期函数的频谱  在频谱分析中, 时间函数的Fourier 变换称为的频谱函数, 而  它的模称为的振幅频谱(亦简称为频谱).  由于是连续变化的, 我们称之为连续频谱, 对一个时间函数作Fourier 变  换, 就是求这个时间函数的频谱.  振幅函数是角频率的偶函数, 即    定义    为的相角频谱.  相角频谱是的奇函数，即 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念和结论. (2)习题二7,9,10,11,12. | | |
| **本课程使用教材：**P11-29 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第三讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Fourier 变换的性质 | 2/3,4 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解Fourier变换、逆变换位移性,微分性,积分性的推导过程;  二、掌握Fourier变换、逆变换的位移性,微分性,积分性的应用方法;  三、了解乘积定理;  四、了解能量积分;  五、掌握能量谱密度的概念. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、Fourier变换、逆变换的位移性;  二、Fourier变换、逆变换的微分性;  三、Fourier变换、逆变换的积分性;  四、乘积定理;  五、能量积分;  六、能量谱密度.  **重点:**  掌握Fourier变换、Fourier逆变换的位移性,微分性,积分性;能量谱密度的概  念.  **难点:**  掌握Fourier变换、Fourier逆变换的位移性,微分性,积分性. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§1.3 Fourier变换的性质**  1. Fourier 变换公式简表只是给出了部分基本函数的Fourier变换.在  Fourier变换的广泛应用中，需要对各种各样的函数求Fourier 变换或逆变换，这就要求熟悉Fourier变换的性质.  2. 以Fourier变换的性质为基础，可以导出一些重要的概念和方法，例如，  能量密度，微分方程的Fourier变换解法等等.  3. Fourier 变换的性质都可以从Fourier 变换和逆变换的定义公式出发推  导得到.  4. 在Fourier 变换的性质表述和推导过程中，总有：      **1．线性性质**  设和是常数，则直接由Fourier 变换和逆变换的积分定义公式, 有  1.1 象原函数的线性性质：    1.2 象函数的线性性质：    **2．位移性质**  2.1 象原函数的位移性质（时移性质）：    **证明：**根据Fourier 变换的积分定义公式，有：    在上述积分中，令,则有:      .  再一次根据Fourier 变换的定义，有：    在实际应用中, 还经常使用上述公式的等价形式. 在上述公式两边同时作Fourier逆  变换，有 ：    2.2 象函数的位移性质（频移性质）：    **证明：**根据Fourier逆变换的积分定义公式，有：    在上述积分中，令,则有 ：        再一次根据 Fourier 逆变换的定义，有：    在上述公式两边同时作Fourier 变换，可以得到有重要应用意义的等价形式 ：    在已知时, 位移性质的应用:  (1) 求的Fourier变换和的Fourier逆变换;  **例8** 已知，求函数的频谱函数.  **解：**根据Fourier 变换象原函数的位移公式,有    在Fourier 变换公式中, 取,有    所以有  .  则的频谱函数为  **例9** 已知,求函数的Fourier  逆变换 .  **解：**记.  根据Fourier变换象函数的位移公式, 有    根据Euler公式, 有    .  在公式中，取,则有  .  所以    (2). 求正余弦函数与乘积函数的Fourier变换和逆变换.  **例10．**已知，求  **解** 根据Euler 公式，有  .  根据Fourier变换的线性性质, 有  .  根据Fourier 变换的位移性质，有  ,  所以    **例11** 已知钟形脉冲函数的Fourier变换, 求函数  的频谱函数.  **解:** 根据钟形脉冲函数的Fourier变换公式，有  .  根据Euler 公式，有  ,  则由Fourier 变换的位移公式可得频谱函数为        3．相似性质    4. 微分性质  4.1 象原函数的微分性质：  若.则有    **证明：**根据Fourier变换的定义，有：  ,  根据分部积分公式，有：      注意到条件, 因此有： 则  .  再一次根据Fourier 变换的定义，有：    继续重复前面的推导过程，最终有：  .  为了应用方便, 在上述公式两边同时作Fourier 逆变换，有  ,  整理后可得：    4.2 象函数的微分性质：    **证明：**根据Fourier变换的定义，有  ,  在上述公式两边关于求导，有    .  根据Fourier 变换的定义，有    继续关于求导，最终有    在实际应用中, 也有可能用到下面的等价形式:    5. 积分性质  5.1 象原函数的积分性质：  若,则有  .  证明：令,则有  .  对上式两端同时作Fourier 变换, 并利用Fourier 变换微分性质, 有  ,  由此可得    等价的也有    5.2 象原函数的积分性质：    **例12．**求函数的Fourier逆 变换.  **解** 根据Fourier 变换象原函数的积分性质,有      根据Fourier 逆变换的积分定义公式、Euler公式和函数的重要公式，有            所以有    根据函数的性质, 有    6. 乘积定理 定义在上的实值函数绝对可积, 则有    **证明：**根据Fourier 逆变换的定义，有：      对上述两次积分交换积分次序，有：      在函数Fourier变换的积分定义公式    中, 是实数, 则有          所以有：    后面的式子类似可得.  7. 能量积分  7.1 能量积分（ Parseval 等式）：    7.2 能量（ 能量谱）密度函数：  称为函数的能量密度函数，或能量谱密度.  **例13** 已知，求 的能量谱密度.  **解** 根据Fourier变换象函数的微分性质,有    根据Fourier 变换象原函数的位移公式,有    在Fourier 变换公式中, 取,有    于是有  .  所以    根据能量谱密度的定义,得到所求函数的能量谱密度    注意到        所以 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念和结论. (2)习题三: 3,5,7,10,11(2,4,7). | | |
| **本课程使用教材：**P32-38 | | |
| **第四讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| 卷积与相关函数 | 2/5,6 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解函数卷积的概念;  二、掌握函数卷积的计算方法;  三、掌握卷积定理及其应用;  四、了解相关函数的概念;  五、掌握相关函数和能量谱密度的关系. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、函数卷积;  二、象原函数的卷积公式;  三、象函数的卷积公式;  四、相关函数;  五、相关函数和能量谱密度的关系.  **重点:**  卷积定理、相关函数和能量谱密度的关系.  **难点:**  卷积定理、相关函数和能量谱密度的关系. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§1.4 卷积与相关函数**  1. 卷积的概念  若定义在上的实值函数绝对可积,则称积分    为的卷积，记为，即    2. 卷积的性质  2.1 对称性：    2.2 线性性质：    2.3 结合性：    3. 卷积定理  3.1 象原函数卷积公式**：**    **证明：**根据函数卷积和Fourier 变换的定义，有：        交换上述积分次序，有：    .  在积分中，令,并根据Fourier变换的积分定义公式, 有：        所以有：        在实际应用中, 下面的等价公式有更重要的应用:    3.2 象函数卷积公式：    在求抽象函数乘积的Fourier变换和逆变换时, 卷积公式有重要应用.  **例14** 已知，求函数的Fourier 逆变  换.  **解** 根据Fourier 逆变换的卷积公式, 有          在公式 中, 取,即,有    根据函数卷积的定义, 所以有      4. 相关函数  4.1 互相关函数：  设定义在上的实值函数绝对可积. 称积分    为函数和的互相关函数.类似还有    4.2 相关函数：  在互相关函数的定义中，当时，称积分    为函数的自相关函数， 简称相关函数.  相关函数是偶函数：  4.3 相关函数和能量谱密度的关系  根据Fourier变换的位移性质,有  .  根据乘积定理,有            所以有    由此也有    求函数相关函数的一种重要方法：        **例15** 求信号 的能量普密度和相关函数.  **解** 先求的Fourier变换. 根据Euler公式，有    所以      根据Fourier变换象函数的位移公式, 有    而根据公式： ，有    所以有    根据能量谱密度的定义,有      由关系式有    根据Fourier变换象函数的位移公式,有    根据Euler公式，有      在公式中，取, 即,有    由此得到相关函数    如果利用相关函数的定义，则有      .  这是一个几乎不能够计算的积分！ | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念、结论和方法. (2)习题四: 3,5(1,3),7,8. | | |
| **本课程使用教材：**P40-50 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第五讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Fourier变换的应用 | 2/7,8 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解应用Fourier变换方法求解微积分方程的思路和方法;  二、掌握求函数Fourier变换和逆变换的各种方法;  三、能够综合应用Fourier变换的方法解决实际问题. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、微积分方程;  二、方程的Fourier变换;  三、代数方程.  **重点:**  应用Fourier变换方法求解微积分方程和偏微分方程.  **难点:**  应用Fourier变换方法求解微积分方程和偏微分方程. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§1.5 Fourier变换的应用**  **1.应用Fourier变换方法求解微积分方程的前提条件:**  需要求解方程中未知函数的自变量定义域为.  **2.求解基本思路:**  对方程中的未知函数关于定义在的自变量作Fourier变换; 根据Fourier  变换的微积分性质, 可以得到未函数Fourier变换象函数满足的代数方程; 然后从代  数方程中求解出象函数; 对象函数作Fourier逆变换, 最后求得未知函数.  **3.微积分方程的Fourier变换求解方法**  **例16** 求解下列微积分方程    **解:** 由于在方程两端对未知函数关于自变量作Fourier变换,  记 根据Fourier变换的微积分性质, 有    所以有    即    根据Fourier变换的积分定义公式, 有    由Euler公式, 有    根据函数的重要公式, 有        由此得到    根据Fourier逆变换的积分定义公式和函数的筛选性质, 有              根据Euler公式, 有 所以方程的解为    **例17** 求解下列微积分方程    其中是已知函数.  **解:** 对方程两端的函数自变量作Fourier变换, 记  .  根据Fourier变换的微积分性质, 有    所以有    则有      根据Fourier变换象原函数的卷积公式, 有      查表可得  ,  根据函数卷积的定义, 有      **4.偏微分方程的Fourier变换求解方法**  **例18** 求解一维热传导方程的初值问题    **解:** 对初值问题中的各函数关于自变量作Fourier变换, 记    注意到          根据Fourier变换的微分性质, 得到含有参数的常微分方程初值问题:    根据常微分方程的分离变量解法可得  .  对上式两端关于作Fourier逆变换, 并应用卷积公式, 有          在公式 中, 取,即,有    根据函数卷积的定义, 所以有      **例19** 求解非齐次波动方程初值问题    **解:** 把初值问题中的自变量作为参数, 对各函数关于自变量作  Fourier变换, 记    注意到                  根据Fourier变换的微分性质, 有    由此得到含有参数的二阶常微分方程初值问题:    常微分方程对应的齐次方程为    其特征方程    的特征根.  由此得到齐次方程的通解  ,  其中是与无关的常数.  根据非齐次方程的自由项, 可设其特解为    其中是与无关的待定常数.  代入非齐次方程后, 可得    由此得到  .  则非齐次方程的特解为    非齐次方程的通解为    由初值条件首先可得. 又    所以有  ,  由此有  .  由此解得代入通解, 可得二阶常微分方程初值问题的解  .  根据Fourier变换的积分定义公式, 有    由Euler公式, 有    根据函数的重要公式, 有        所以有  .  对上式两端作Fourier逆变换, 根据函数Fourier逆变换的积分定义公式可得                由Euler公式, 有    所以有 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念、结论和方法. (2)习题五:5,6(2). | | |
| **本课程使用教材：**P52-65 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第六讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Laplace变换 | 2/9 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、掌握函数Laplace变换的积分定义公式;  二、了解函数Laplace变换存在定理;  三、掌握常见函数的Laplace变换. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、Laplace变换的积分定义公式;  二、Laplace变换存在定理;  三、常见函数的Laplace变换;  四、周期函数的Laplace变换;  五、函数的Laplace变换.  **重点:**  Laplace变换的积分定义公式、常见函数的Laplace变换.  **难点:**  常见函数的Laplace变换. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§2.1 Laplace 变换的概念**  **1. Laplace 变换的定义**  设函数在时有定义, 是一个复参变量，积分    在的某一域内收敛, 则由此积分所确定的函数    称为的Laplace 变换(简称L-变), 记为    称为的Laplace 变换(象函数), 称为的 Laplace逆变换(象原  函数), 记为    **2. 函数的Laplace变换**  **例1** 求单位阶跃函数的Laplace 变换.  **解** 根据Laplace 变换的定义, 有    这个积分在时收敛, 而且有      这个结果在以后的应用中作为常值函数的Laplace变换,记为    **例2** 求指数函数的Laplace变换(为实数).  **解** 根据Laplace 变换的定义, 有      这个积分在 时收敛, 而且有      所以  **例3** 求(为实数) 的Laplace 变换.  **解** 根据Laplace 变换的定义和Euler 公式, 有              所以有  **3. Laplace 变换存在定理**  若函数满足条件:  1. 在的任一有限区间上至少分段连续；   1. 当时, 的增长速度不超过某一指数函数, 即存在常数   及, 使得    则  1. 函数的Laplace变换在半平面存在;  2. 积分在上绝对且一致收敛;  3. 在半平面内, 为解析函数.  **4. 常见函数的Laplace变换**  1) ; 2) ; 3)  4)  5) 是正整数.  **5. 周期函数的 Laplace 变换**  以为周期的函数, 即,有    **6. 函数在原点含有脉冲函数时的 Laplace 变换** | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念和结论. (2)习题二7,9,10,11,12. | | |
| **本课程使用教材：**P11-29 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第七讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Laplace变换的性质 | 2/10,11 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解Laplace变换位移性,微分性,积分性的推导过程;  二、掌握Laplace变换位移性,微分性,积分性的应用方法;  三、了解Laplace变换的延迟性;  四、了解初值定理和终值定理的内容及意义. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、Laplace变换微分性;  二、Laplace变换积分性;  三、Laplace变换位移性;  四、Laplace变换延迟性;  五、初值定理;  六、终值定理.  **重点:**  Laplace变换位移性,微分性,积分性及其应用.  **难点:**  Laplace变换位移性,微分性,积分性的应用. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§2.2 Laplace 变换的性质**  1. 假定在这些性质中, 所有求Laplace变换的函数都满足Laplace变换存在定理  中的条件, 并且把这些函数的增长指数都统一地取为  2. 在Laplace 变换的性质表述和推导过程中，总有      **1．线性性质**  设和是常数，则直接由Laplace变换和逆变换的积分定义公式, 有  1.1 象原函数的线性性质：    1.2 象函数的线性性质：    **2．微分性质**  2.1 象原函数的微分性质：      **证明:** 这里只对一阶的情况给出证明, 至于高阶的时候, 可用类似方法证得.  根据Laplace 变换的积分定义公式, 有              根据函数Laplace 变换的存在条件可知  ,  所以有    **例4** 已知,根据微分性质,有    所以有    则    **例5** 当是正整数时,根据Laplace变换象原函数的微分性质,有    由此有    注意到,利用常见函数的Laplace变换结果, 有    所以有  .  由此得到公式    2.2 象函数的微分性质：      **证明:** 对函数Laplace 变换的积分定义公式关于求导, 有            所以有    至于更高阶的导数, 从前面证明过程可以看出，只要对Laplace变换积分定义公  式求更高阶导数即可.  **3. 积分性质**  3.1 象原函数的积分性质：    **证明:** 令, 则有  且 .  对上述微分式子两端求Laplace变换, 并根据Laplace变换象原函数的微分性质, 有    由此可得    则有    3.2 象函数的积分性质：    **4．位移性质**    **证明:** 根据函数Laplace变换的积分定义公式, 有    .  再次应用函数Laplace变换的积分定义公式, 有    所以有    在实际应用中,也经常应用下面的等价形式以便更容易求函数的Laplace逆变换.    下面是直接应用位移性质的公式求复杂函数Laplace变换的  例题, 特别需要注意例题展示的具体计算过程.  **例6** 已知，根据位移性质,有    **例7** 求的Laplace逆变换.  **解** 根据位移性质、Laplace逆变换的线性性质和常见函数Laplace变换的结果,有            **5．延迟性质**  若时函数,则对任意,有    这个性质主要用于应用Laplace变换方法求解差分方程.  **6．初值定理**  若存在，则有    **7．终值定理**  若在内解析，则有    **例8** 已知,求  **解** 根据初值定理和终值定理， 有      **例9** 求函数的Laplace变换.  **解** 根据Laplace变换的积分性质：,有      根据Laplace变换象函数的微分性质： 有    根据Laplace变换的位移性质： 有    注意到， 所以    ,  继续回代，有    .  所以有 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念和结论. (2)习题二:1(2,4,6,8),3,4(2,4),6(6,8). | | |
| **本课程使用教材：**P80-91 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第八讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Laplace逆变换 | 2/12 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解反演积分的概念;  二、掌握Laplace逆变换的留数公式;  三、掌握留数的计算规则;  四、熟练应用留数方法求函数Laplace逆变换. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、反演积分;  二、Laplace逆变换的留数公式;  三、留数计算规则.  **重点:**  应用留数方法求函数Laplace逆变换.  **难点:**  应用留数方法求函数Laplace逆变换. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§2.3 Laplace逆变换**  **1. Laplace逆变换**  在Laplace变换方法的实际应用中, 几乎变换和逆变换同时都需要, 因此,求  Laplace变换象函数的逆变换和求的Laplace变换有同等重要的作用.  与Fourier变换和逆变换不同,函数的Laplace逆变换没有简洁的积分定义公式,而有  的只是一个称为Laplace反演积分    实际上, 几乎不会应用上述反演积分来求具体函数的Laplace逆变换.到目前为止,  可以求函数Laplace逆变换的方法有  1) 常见函数Laplace变换公式既可以用于求Laplace变换, 同时也可以用来求  Laplace逆变换;  2) 由于Laplace变换的象函数通常都是有理分式函数,当需要求比较复杂的有理分式  函数的Laplace逆变换时, 可以先把复杂的有理分式函数化成简单分式,然后利用常  见函数的Laplace变换公式.  除了以上两种方法以外, 还有下面一种常用的方法.  **2. Laplace逆变换的留数方法**  **定理** 若是函数的所有奇点(适当选取使这些奇点全在  的范围内), 且当时, , 则有    **3. 留数的计算规则**  需要求Laplace逆变换的函数一般都是有理分式函数, 对于有理分式函数, 有  一个基本结论:  有理分式函数的奇点就是分式函数的分母多项式方程的根,也称为分母多项式的  零点; 有理分式函数的奇点都是极点, 极点的级数就是分母多项式方程根的重数.  对于极点留数的计算规则, 根据复变函数的结论,有  若是函数的级极点,则  .  **4. 典型例题**  **例10** 求函数的Laplace逆变换.  **解** 函数在复平面有三个有限奇点：,分别是 1级，1 级和3级极点.  根据 Laplace逆变换的留数公式，有  .  根据留数计算规则，有          ;          ;            .  根据Euler 公式，最终有 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念、结论和方法. (2)习题四: 3,5(1,3),7,8. | | |
| **本课程使用教材：**P40-50 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第九讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Laplace变换函数卷积 | 2/13 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、掌握Laplace变换函数卷积的计算公式;  二、掌握Laplace变换卷积定理及其应用;  三、理解卷积定理的应用情形. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、函数卷积公式;  二、卷积的计算;  三、卷积定理;  **重点:**  卷积定理的应用.  **难点:**  卷积定理的应用. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§2.4 卷积**  **1. 卷积公式**  由于作Laplace变换的函数满足条件：当时，  ,根据一般函数卷积的定义，在时, 有          即    由此可知, 作Laplace变换变换函数的卷积不再是无穷限积分.按照上述  公式计算的函数卷积也具有对称性质、线性性质及结合性.  **2. 卷积定理**    在实际应用中,经常利用卷积定理求复杂乘积函数的Laplace逆变换,这时使用卷积定  理的方便形式是：    **例11** 求函数Laplace 逆变换.  **解：**根据Laplace 变换的卷积定理，有        而 所以有    根据卷积定义，有    利用三角公式有 因此      **例12** 证明积分公式  **证明:** 根据Laplace 变换的卷积定理及常见函数的Laplace变换结果，有              即  对上式两端同时作Laplace变换, 有    对于例10中求函数的Laplace逆变换,也可以应用卷积方法:  根据Laplace 变换的卷积定理及常见函数的Laplace变换结果，有                          这里的计算主要集中在积分. 求Laplace逆变换的方法比较多,在实际应用中,需要分  析比较各种方法的特点, 才能在具体计算时灵活选取适当的方法. | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念、结论和方法. (2)习题四: 3. | | |
| **本课程使用教材：**P100-104 | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **第十讲** | **课时/课次:** | **教学日期（学年/学期）** |
| Laplace变换的应用 | 2/14,15 | 2015-16/1 |
| **教学目标** | | |
| 一、了解应用Laplace变换方法求解微积分方程的思路和方法;  二、掌握求函数Laplace变换和逆变换的各种方法;  三、能够综合应用Laplace变换方法解决实际问题. | | |
| **教学内容** | | |
| **知识点：**  一、微积分方程;  二、方程的Laplace变换;  三、代数方程、代数方程组.  **重点:**  应用Laplace变换方法求解微分方程或方程组的定解问题.  **难点:**  应用Laplace变换方法求解微分方程或方程组的定解问题. | | |
| **教学过程及教学方法** | | |
| **§2.5 Laplace 变换的应用**  **1.应用Laplace变换方法求解微积分方程的前提条件:**  需要求解方程中未知函数的自变量定义域为,还需要有相应的初值条件.  **2.求解基本思路:**  对方程中的未知函数关于定义在的自变量作Laplace变换; 根据  Laplace变换的微积分性质, 可以得到未函数Laplace变换象函数满足的代数方程;  然后从代数方程中求解出象函数; 对象函数作Laplace逆变换, 最后求得未知函数.  **3.微分方程定解问题的Laplace变换解法**  **例13** 求方程  满足初值条件  的解.  **解:** 在在方程两端同时作Laplace变换, 记  根据Laplace变换微分性和初始条件,并利用常见函数的Laplace变换变换结果, 有  .  由此整理可得  .  应用求函数Laplace逆变换的留数方法, 有      根据留数的计算规则, 有                          由此有    **4. 微分方程组定解问题的Laplace变换解法**  **例14** 求方程组    满足初始条件    的解.  **解:** 对方程组中两个方程两端关于未知函数自变量作Laplace变换. 记    根据Laplace变换的微分性质, 利用未知函数的初始条件和常见函数的Laplace  变换, 有    化简为    整理可得    由此解得    由于是函数的两个二级极点, 根据求Laplace逆变换的留数公式, 有      根据留数计算规则, 有                  所以有  而分别是函数的一级和二级极点, 根据求Laplace逆变换的留数公  式, 有      根据留数计算规则, 有                所以有 | | |
| **作业安排及课后反思** | | |
| (1)归纳，总结重要概念、结论和方法. (2)习题五:1(2,4,6),5(1,3). | | |
| **本课程使用教材：**P105-120 | | |

# 8．课程要求

8.1学生自学的要求：

1．根据课程进度, 可在课前预习即将讲授的内容

2．根据自己数学基础情况, 结合预习,提前复习、熟悉课程会涉及到的以前基础知识.

3. 课后回顾课堂所讲内容,归纳整理重要知识点、重要概念和方法.

8.2课外阅读的要求：

多看老师指定参考书籍，积极思考课堂布置的课外思考题。

8.3课堂讨论的要求

积极思考，积极提问，积极回答

# 9．课程考核方式及评分规程

9.1出勤（迟到、早退等）、作业、报告等的要求：

出勤：缺一次扣平时成绩3分,迟到、早退扣平时成绩2分，事假扣平时成绩1分。

作业：全批全改，用A、A-、B、B-四个等级，分别表示90-100、80-89、70-79和60-69。

9.2成绩的构成与评分规则说明：

没有期中考试时：平时成绩占40%，期末卷面成绩占60%折算成学科成绩。

有期中考试时：平时成绩占30%，期中卷面成绩占30%，期末卷面成绩占40%折算成学科成绩。

9.3考试形式及说明（含补考）

平时以出勤和作业为主，期末卷面分A、B卷，难度相当，题型与分值相同，重复率不超过15%，任选一套作期末试卷，另一套作补考试卷

# 10．学术诚信规定

10.1考试违规与作弊

严格遵守并执行学校《学生手册》

10.2学术剽窃等

遵守知识产权，除非教师有特别要求，否则所有的作业、论文等都应学生自己完成。

# 11．课堂规范

11.1课堂纪律

遵守学校学生手册和行为规范。

11.2课堂礼仪

课堂教学是人才培养的重要环节，课堂是大学生接受教育的神圣殿堂。良好的课堂行为规范，是大学生素质的重要体现，是大学生良好精神风貌的重要体现，是高校学风建设的关键。

（1）学生应认真完成每一堂课的各个教学环节，至少提前十分钟到达上课地点；

（2）学生应自觉遵守和维护课堂纪律，上课期间应关闭手机、MP3等通讯和娱乐设备；禁止在教室内及附近大声喧哗；

（3）为保证一个清新的课堂教学环境，不得携带食物、饮料等进入课堂食用，不得在教室内吸烟；

（4）学生在课堂上应举止言行得体，不得有不文明的言语和举动；男女同学之间交往应得体，不得在课堂内表现出不雅言行；

（5）学生在课堂上应尊重老师，未经老师许可，不得随意进出教室或做出其他不雅举止，课间值日生应主动为老师擦黑板；

（6）为保持清洁的教学环境，学生应自觉维护教室内及走廊卫生，不得在课桌、教室墙壁等处涂抹刻画，不得在教室及走廊随地吐痰或乱扔杂物；

（7）学生应保持良好的个人形象，自觉遵守作息时间，保证上课精力充沛、精神饱满，禁止上课睡觉；课堂着装应得体，不得穿拖鞋、背心上课，不宜过度暴露。

（8）学生应根据课程教学安排认真完成课前预习、课堂笔记、课后作业。课堂上应积极参与讨论，认真回答问题，不做与课堂教学无关的事情。

（9）严格按课程表出勤，不迟到，不早退。认真对待教师课堂考勤，答到时应举手示意，声音响亮，不得替他人答到。

（10）不得旷课，因病因事不能正常出勤者应履行有关请假手续.

# 12．教学合约 我已阅读此课程实施大纲，理解其含义，并会遵照其中的要求和规定

# 完成课程。     学生签字\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_